

# ANALISIS Y CARACTERIZACION DE UN DETECTOR RADAR EN ENTORNOS INTERFERENTES CON ESTADISTICA WEIBULL COHERENTE

*E. Tamames, J. Fdez. de Muniain, A. Elías*  
*Dpto. de Teoría de la Señal y Comunicaciones. Grupo A.M.R.*  
*E.T.S. Ingenieros de Telecomunicación de Barcelona. U.P.C.*  
*Apdo. 30.002 - 08080 BARCELONA*

## ABSTRACT

*The paper deals with the problem of radar detection of a target echo embedded in Weibull clutter and white gaussian noise. To derive a suitable processing scheme, the paper resorts to the general theory of radar detection which applies to any type of probability density function (PDF) and Autocorrelation function (ACF) of the target and clutter.*

## INTRODUCCION

Dos de las funciones más importantes de cualquier sistema radar son la detección de 'blancos' en ambientes contaminados por 'clutter' y/o ruido térmico, y en segundo lugar la extracción de información acerca de esos blancos a partir de los ecos radar recibidos.

Para poder abordar con ciertas garantías de éxito la solución de estos dos problemas, es necesario realizar un análisis y posterior modelización matemática de todas las señales y procesos que intervienen en la detección radar. Los trabajos que están desarrollándose en este campo, intentan una aproximación al problema de la detección de blancos inmersos en clutter y ruido, partiendo de unos supuestos basados en la observación del comportamiento real de muchos sistemas radar actuales. Lo que se pretende conseguir, en este ámbito del procesamiento de señal radar, es desarrollar e implementar detectores radar más en consonancia con las características reales (frecuenciales y temporales) del clutter radar. Y a la vez, la consecución de unos sistemas de simulación del clutter que permitan una buena caracterización estadística de su amplitud así como de las variaciones espaciales y temporales del mismo.

La teoría de la detección óptima cuando la función de densidad de probabilidad (PDF) de la amplitud del clutter es de tipo Rayleigh (las componentes en fase y cuadratura de la señal son procesos conjuntamente gaussianos) está perfectamente establecida y sus consecuencias prácticas han sido profusamente contrastadas. Este supuesto se da si los radares poseen una resolución normal ó baja y los ángulos de incidencia son  $\phi \geq 10^\circ$ . Si los sistemas que se analizan son, contrariamente, radares de alta resolución ó trabajando con ángulos de elevación pequeños, las distribuciones estadísticas de las señales desarrollan unas 'colas' apreciables que las alejan del modelo Rayleigh. Este fenómeno se observa asimismo en las distribuciones de clutter que ofrecen las zonas urbanas, el terreno montañoso ó el mar. En general en estas situaciones las PDF tipo Rayleigh no ajustan la estadística del clutter real presente.

Como alternativa es común aceptar tres tipos de distribuciones: la log-normal, la Weibull y la distribución de tipo-K ó de Hankel. En esta comunicación se presenta el trabajo desarrollado entorno a la estadística de tipo Weibull, como paso previo a posteriores estudios de esquemas de detección en un entorno con clutter radar coherente y correlado con distribución de tipo-K. En sucesivos puntos se presentarán un nuevo modelo Weibull para la obtención de secuencias de clutter coherente y correlado, las bases sobre las cuales se construirán nuevos esquemas de detección, la estructura del detector objeto de estudio, la obtención de sus prestaciones y algunos resultados obtenidos.

## NUEVO MODELO WEIBULL COHERENTE

Tras los trabajos existentes referidos al tema de la generación de secuencias Weibull correladas y de

esquemas de detección adaptados a este tipo de interferencia, era necesario realizar el paso hacia un modelo estadístico coherente. Esta extensión hacia el caso coherente (trabajar con las componentes del eco radar en fase Q y cuadratura I) no es evidente ni asegura una adecuación con los fenómenos físicos reales sino cumple ciertos requisitos respecto a la distribución de la fase y a las PDF marginales de cada componente, entre otros [1].

Todo este tipo de consideraciones nos lleva a aceptar un modelo de variable aleatoria Weibull coherente a partir de una v.a. Weibull compleja  $w=u+jv$ , donde  $u$  y  $v$  son las componentes en fase y cuadratura. La función de densidad de probabilidad conjunta de  $(u,v)$  es

$$p(u,v) = \frac{1}{2} \frac{a}{2\pi\sigma^2} (u^2+v^2)^{(a/2-1)} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(u^2+v^2)^{a/2}} \quad (1)$$

donde  $a$  es el parámetro de forma de la v.a. ( $a$  según alguna bibliografía existente) y  $\sigma^2$  está relacionada con la potencia de  $w$ . Se demuestra [2] que esta v.a. compleja Weibull puede obtenerse a partir de una v.a. gaussiana coherente ( $\xi = x + jy$ ) que alimenta una transformación no lineal sin memoria  $f(\cdot)$ . Aplicando pues esta transformación a un par de v.a. gaussianas independientes  $x$  e  $y$  (asociadas a la v.a. compleja  $\xi$ ) obtenemos el resultado siguiente:

$$u = x(x^2 + y^2)^{(1/a-1/2)} \quad (2a)$$

$$v = y(x^2 + y^2)^{(1/a-1/2)} \quad (2b)$$

Una vez establecido el modelo obtenemos una secuencia correlada en tiempo de  $N$  v.a. complejas de tipo Weibull a partir de secuencias coherentes de ruido gaussiano blanco tal como muestra la Fig. 1.

Si consideramos la expresión general de los momentos de una v.a. real de tipo Weibull y definiendo el factor de escala  $b = (2\sigma^2)^{1/a}$ , podremos expresarlos de esta forma

$$E[z^n] = (2\sigma^2)^{(n/a)} \Gamma\left[\frac{n}{a} + 1\right] = b^n \Gamma\left[\frac{n}{a} + 1\right] \quad (3)$$

La PDF de la amplitud  $|w|$  es una v.a. tipo Weibull:

$$p(|w|) = a b^{-a} |w|^{a-1} e^{-\left(\frac{|w|}{b}\right)^a} \quad (4)$$

También puede observarse que la PDF de la v.a.  $\tan^{-1}(v/u)$  es uniforme entre  $(0, 2\pi)$ . La amplitud y la fase son v.a. independientes:  $p(|w|, \phi) = p(|w|)p(\phi)$ .

## ESTRUCTURA DEL DETECTOR

El esquema para una detección coherente óptima está basado en una evaluación recursiva del *ratio de máxima verosimilitud* para las dos hipótesis de trabajo  $H_1$  y  $H_0$  y su posterior comparación con un umbral adecuado. Las dos situaciones son:

$$z(k) = s(k) + d(k) + n(k) : H_1 \quad (5a)$$

$$z(k) = d(k) + n(k) : H_0 \quad (5b)$$

y la expresión a evaluar:  $L(k) = \ln \frac{p(z(k)/H_1)}{p(z(k)/H_0)}$ , donde  $z(k)$  es el  $k$ -ésimo eco radar recibido, mientras que

$s(k)$  representa la señal que proviene de un blanco,  $d(k)$  la componente de clutter y  $n(k)$  ruido gaussiano. Es decir, el detector se construye para realizar una estimación no lineal óptima (en sentido de error cuadrático

mínimo) de la interferencia para cada hipótesis. De esta forma las secuencias de ecos no gaussianos y correlados, se convierten en residuos gaussianos blancos realizando la diferencia entre los ecos de entrada y dichas estimaciones. Llegados a este punto, el problema de la detección se ha convertido en el caso clásico de señal gaussiana en ruido gaussiano.

Diversos problemas tales como la dificultad en encontrar una expresión analítica para los filtros no lineales, ó el hecho de no poder establecer *a priori* unos modelos matemáticos no estacionarios para caracterizar blancos y clutter (lo que requeriría un tratamiento adaptativo) hacen que se desestime esta opción y se aborde la búsqueda de una solución subóptima del problema. De esta forma se llega a un esquema de detección tal como muestra la Fig. 2.

A continuación se describe resumidamente cada una de las tres partes principales:

- **predictor no lineal:** se implementa a partir de dos no linealidades ( $f(.)^{-1}$  y  $f(.)$ ) y un filtro predictor lineal, realizado a través de los métodos de estimación espectral (en nuestro caso concreto el algoritmo de *Levinson-Durbin*). La misión de  $f(.)^{-1}$  es variar la estadística de las muestras de entrada y convertirlas en gaussianas. La segunda transformación  $f(.)$  devuelve las muestras predichas a su estadística original (muestras Weibull correladas). Se comprueba que no se modifican los comportamientos de las funciones de autocorrelación (ACF).

- **estimación de blancos:** si el blanco es conocido *a priori*, puede cambiarse este bloque y trabajar directamente con las muestras de señal. En caso contrario, lo más habitual, se implementa una estimación de la señal que proviene del blanco a partir de los ecos radar contaminados que llegan al receptor. Esta estimación se basa en el criterio de *máxima verosimilitud*. Puede verse [4] que para realizar estimaciones el operador que resulta es:

$$\hat{s}_{H_1} = (M_s(M_s + M_d)^{-1})^* z \quad (6)$$

$z$  = vector, conjunto de muestras de entrada

$M_s$  = matriz de covarianzas del blanco

$M_d = M_c + M_n$  = matrices de covarianza del clutter + ruido

A partir de  $M_s$  puede modelarse cualquier blanco sujeto a los modelos de la teoría de Swerling, correspondientes a valores extremos del coeficiente de autocorrelación ó modelos de blancos parcialmente fluctuantes que corresponden a valores intermedios del coeficiente de autocorrelación.

- **criterio de detección:** el bloque que permite tomar una decisión sobre si la señal de salida se debe a clutter más blanco ó a interferencia solamente sigue el denominado criterio de *Neyman-Pearson*. Se trata de maximizar la probabilidad de detección ( $P_d$ ) para una probabilidad de falsa alarma constante ( $P_{FA}$ ). Esto se consigue con un CA CFAR y un valor de umbral adecuado. La probabilidad de falsa alarma y la probabilidad de detección están dadas por

$$P_d = \text{Prob}\{t > T | \text{clutter}\} = \int_T^\infty p_c(t) dt$$

$$P_{FA} = \text{Prob}\{t > T | \text{clutter} + \text{blanco}\} = \int_T^\infty p_{s+c}(t) dt \quad (7)$$

donde  $p_c(.)$  indica la PDF de la señal de salida del detector cuando sólo existe interferencia y  $p_{s+c}(.)$  es la PDF cuando estamos en la hipótesis  $H_1$ .

## DETERMINACION DE LAS PRESTACIONES DEL DETECTOR

Para poder parametrizar el comportamiento del detector respecto magnitudes fácilmente comparables (relación SNR, CNR, variaciones del parámetro  $a$  ...) en diversas situaciones, debemos ser capaces de determinar las curvas de detección (*ROC: Receiving Operating Characteristic curves*). Para poder determinar  $p_c(.)$  y  $p_{s+c}(.)$  ha sido necesario recurrir al concepto de función característica en v.a. y a la ayuda de

algoritmos de interpolación y Transformación de Fourier. La imposibilidad de obtener una expresión matemática final radica en que no es posible determinar la PDF marginal de cualquiera de las dos componentes de la v.a. compleja Weibull de forma cerrada.

Así pues la alternativa ha cristalizado en considerar cómo un detector cuadrático actúa sobre los ecos radar complejos y obtener la PDF de la distribución estadística de los datos a la salida de la transformación. Se han tenido en cuenta varias hipótesis, entre ellas el hecho que ruido, clutter y blanco sean v.a. incorreladas. Esto ha permitido aplicar la propiedad de que la función característica de una suma de v.a. incorreladas sea igual al producto de las funciones características de cada una. El proceso seguido se expresa en el diagrama de la Fig. 3. Finalmente indicar que se incluyen gráficas de la PDF marginal de una de las dos componentes de la v.a. compleja weibull (Figs. 4 y 5) y también los resultados de una simulación realizada, y de algunas curvas ROC del detector obtenidas (Figs. 6 y 7).

## REFERENCIAS

- [1] D'ADDIO E., GALATI G., GIANNATEMPO S., PROTOPAPA A.: 'Non gaussian models for surface clutter', Revista técnica SELENIA, 1987, Vol. 10 N°3, pp. 23-37
- [2] FARINA A., RUSSO A., SCANNAPIECO F., BARBAROSSA S.: 'Theory of radar detection in coherent Weibull clutter', IEEE Proc. F, 1987, 134, (2), pp. 174-190
- [3] GANG LI, KAI-BOR YU: 'Modelling and simulation of coherent Weibull clutter', IEEE Proc., 1989, Vol. 136, Pt. F, N°1
- [4] FARINA A., RUSSO A., STUDER F. A.: 'Radar detection of correlated target in clutter', IEEE Trans., Nov. 1986

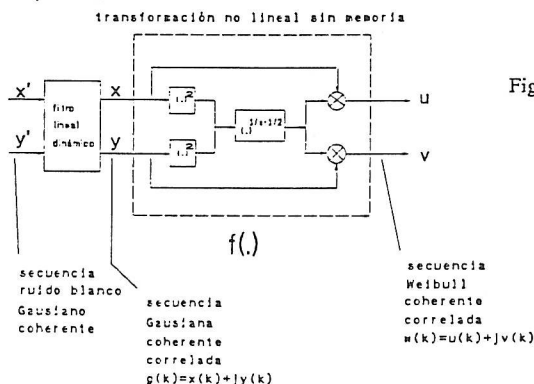


Figura 1. Modelo para secuencias weibull coherentes y correladas

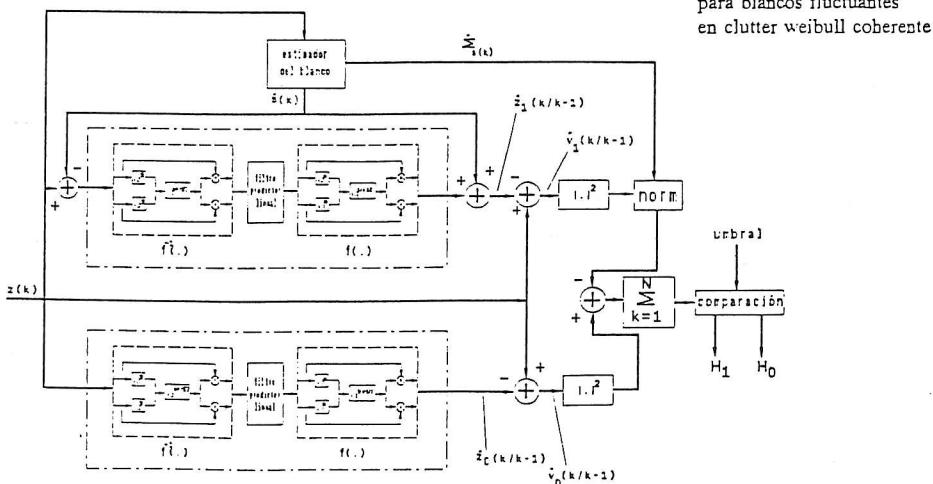


Figura 2. Esquema de detección para blancos fluctuantes en clutter weibull coherente

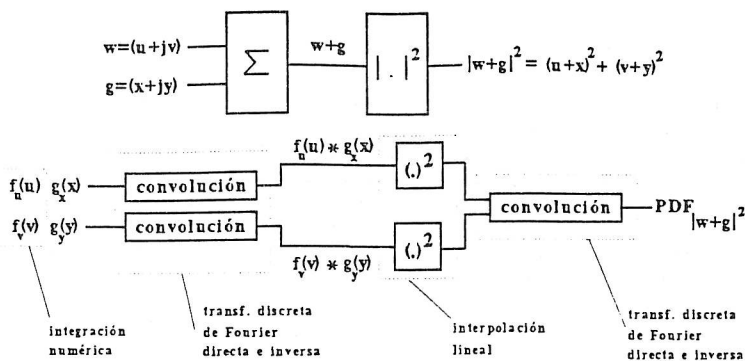
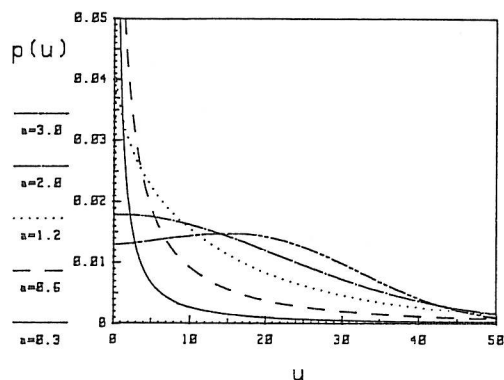


Figura 3. Proceso para la evaluación de la PDF de las muestras de salida del detector



4. PDF de la componente en fase de la v.a. weibull coherente, con  $E\{|w|^2\}=30\text{dB}$  y diversos valores de  $a$

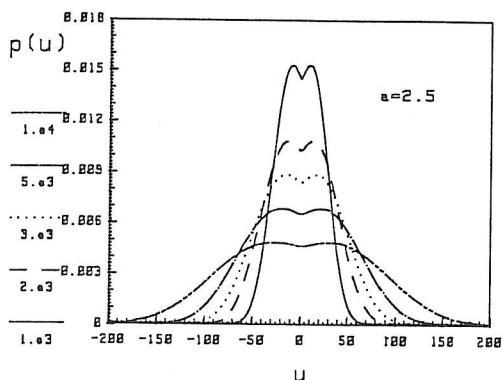
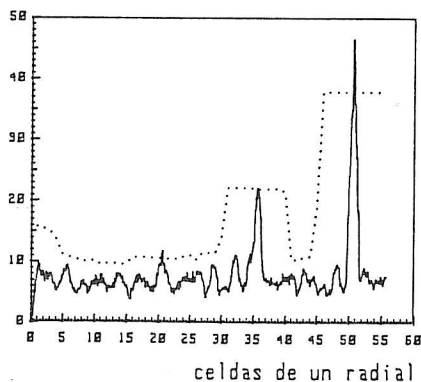


Figura 5. PDF de la componente en fase de la v.a. weibull coherente, para  $E\{|w|^2\}$  variable y  $a=2.5$



6. Resultado de una simulación para 3 blancos con SCR ( $C=c+n$ ) de, respectivamente, 0dB (celda 20), 3dB (celda 35) y 6dB (celda 50). Umbral CFAR

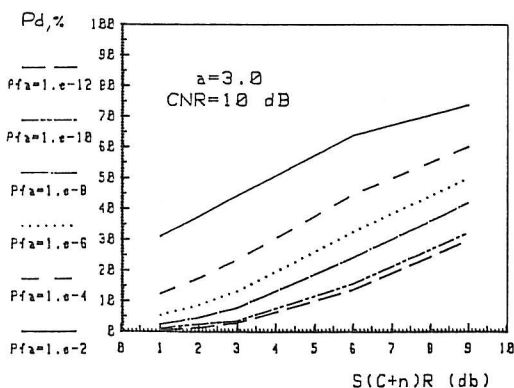


Figura 7. Curvas de detección obtenidas, con  $P_{FA}$  como parámetro y para diferentes valores de SCR